

Génie mécanique

**Partie II: Cours No 7.1**  
**Ténacité**

**V.Michaud**

**Ecole Polytechnique Fédérale de Lausanne**

**EPFL**

# Objectifs du cours

---

- Introduire le concept de ténacité d'un matériau (sensibilité aux fissures), et comprendre d'où cela vient.
- Cela sera utile pour comprendre la limite à rupture des céramiques, qui sont très sensibles aux fissures, et pourquoi les métaux et polymères sont moins sensibles à la présence de petits défauts ou fissures.

# Introduction à la ténacité

La résistance à la déformation plastique d'un matériau n'est pas tout: de nombreux accidents graves (conduites d'eau ou de gaz, avions, bateaux, ...) sont dus à la **propagation rapide de fissures**, menant à la **rupture**. Il faut définir une autre propriété des matériaux: leur **ténacité**.

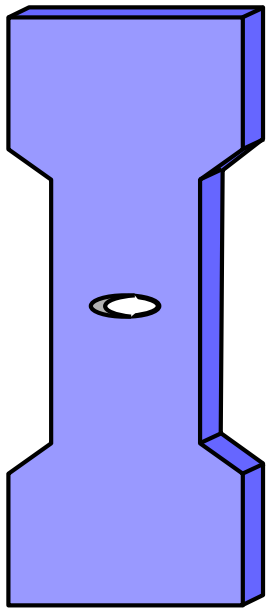
ARTICLE - 14/12/2000  
**VALAIS : RUPTURE D'UNE CONDUITE FORCÉE**  
Une vague de boue ravage la montagne  
Le puits blindé plongeant sur la centrale de Bieudron éclate



# Rupture et ténacité des matériaux

---

Un matériau **fragile** se différencie d'un matériau **ductile** par son comportement lors de la propagation d'une fissure. Considérons un matériau, avec une entaille, ou fissure, représentée ci-dessous, qui va donc être une zone endommagée d'où va se propager la fissure si je charge le matériau en traction:



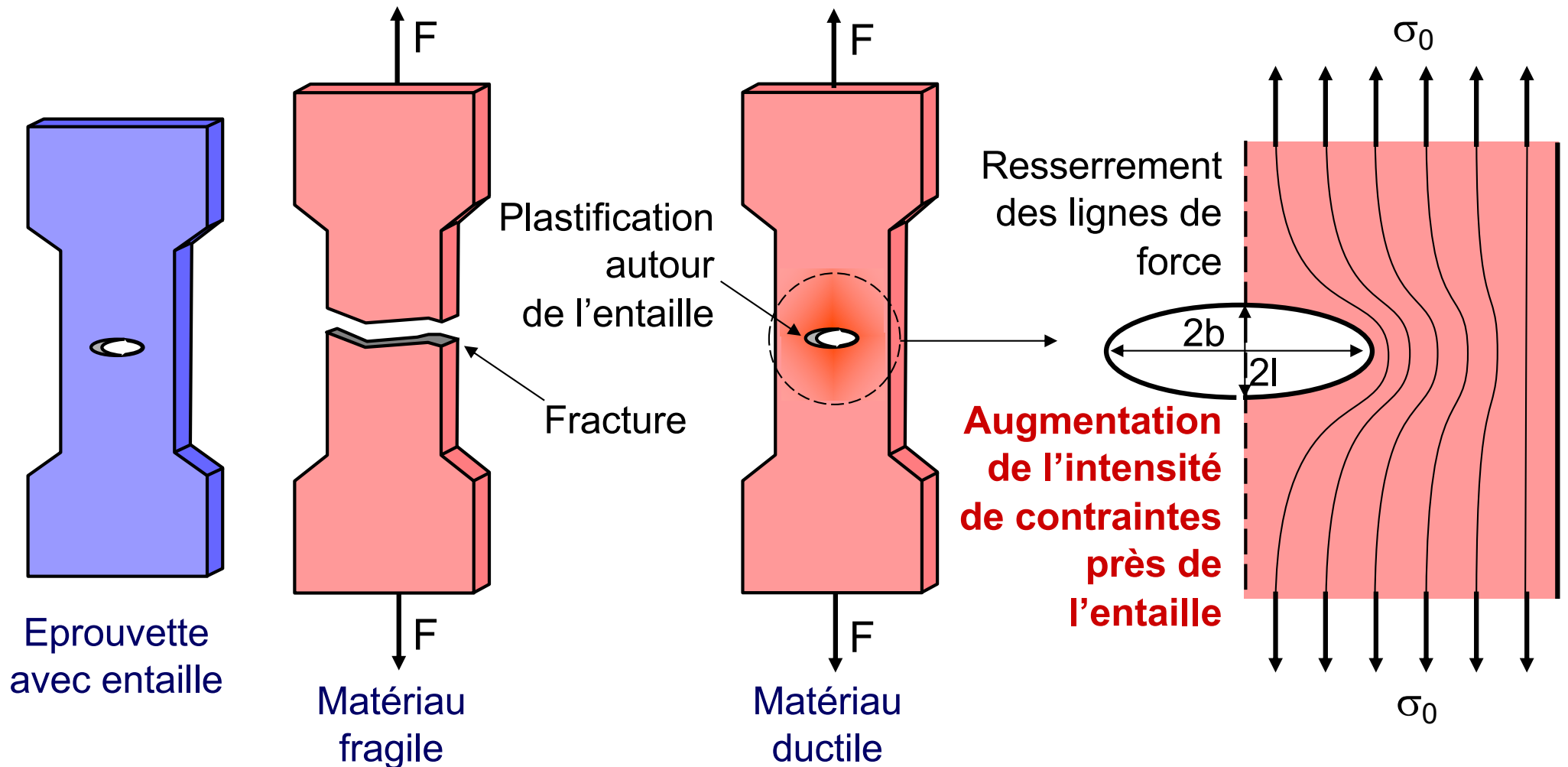
Eprouvette  
avec entaille

Un matériau **fragile** va se casser brutalement, la fissure va soit rester stable, soit se propager très vite.

Un matériau **ductile** va se casser progressivement, la fissure va avancer, en front de fissure les contraintes sont grandes, ce qui tend à plastifier le matériau (et éventuellement l'écrouir).

# Rupture et ténacité des matériaux

Un matériau **fragile** se différencie d'un matériau **ductile** par son comportement lors de la propagation d'une fissure.



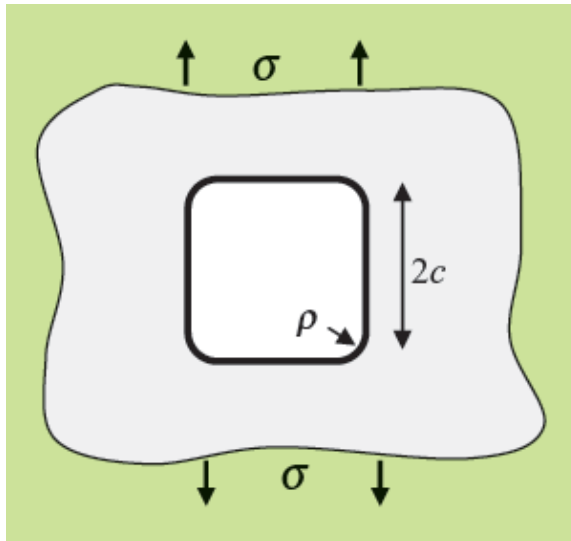
# Matériau avec des découpes non pointues

Si la pièce comporte des trous ou entailles de dimension  $l$  avec un rayon de courbure  $\rho_{sc}$ , alors localement près du trou, on a une contrainte plus grande que la contrainte globale  $\sigma_0$

$$\sigma = K_{sc} \sigma_0$$

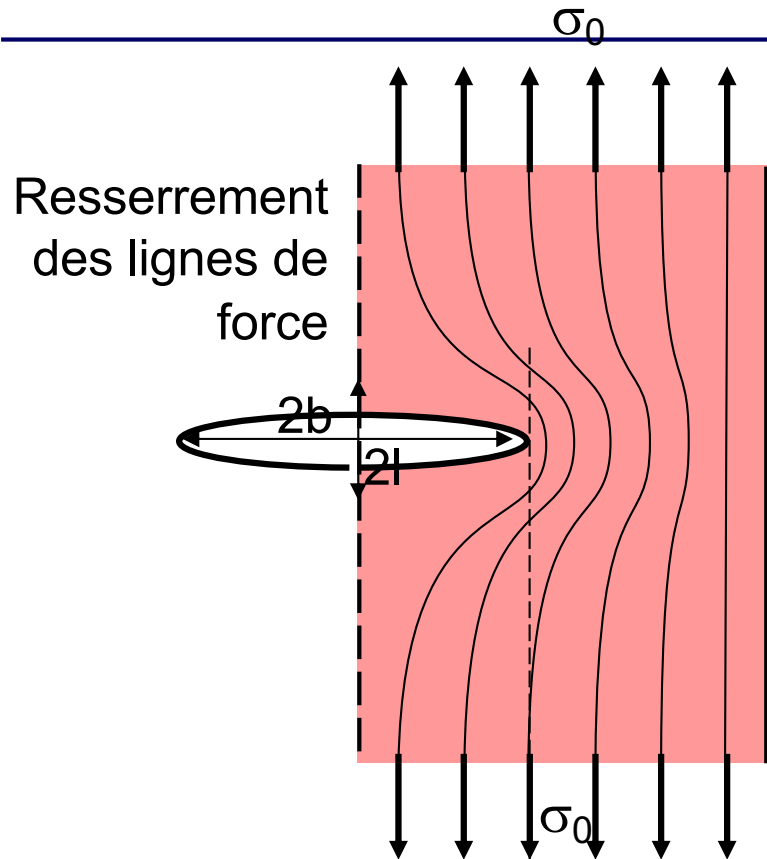
**$K_{sc}$  est le facteur de concentration de contraintes, sans unités**

$$K_{sc} = 1 + \alpha \left( \frac{l}{\rho_{sc}} \right)^{1/2}$$



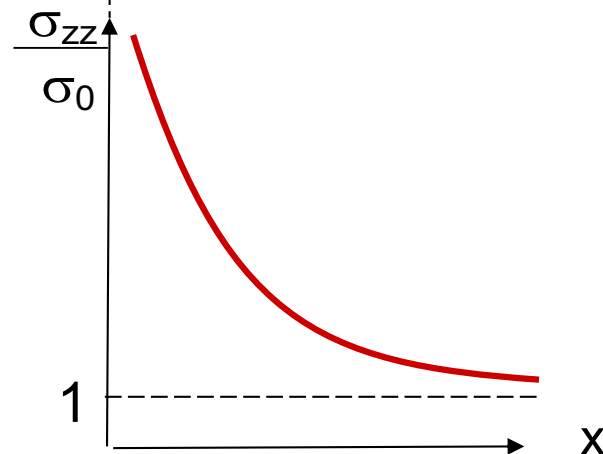
$\alpha$  est une constante proche de 2. Pour un hublot, si  $c=30\text{cm}$  et  $\rho_{sc}=5\text{mm}$ , on a  $K_{sc}=1+2\sqrt{69}=8.7$ - Donc la contrainte est presque 9 fois supérieure au bord du hublot près des coins!

# Matériau avec des découpes pointues (fissures)



La contrainte est très grande dans le matériau près de la pointe de la fissure, et décroît avec la distance  $x$  à partir de la pointe, avec une forme:

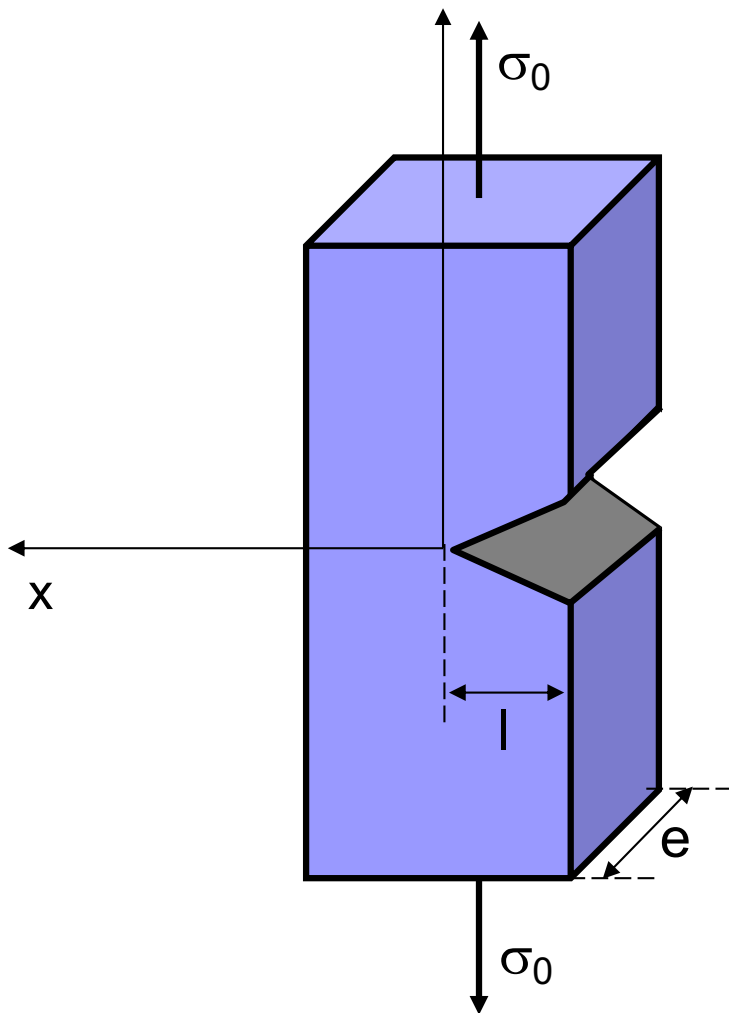
$$\frac{\sigma_{zz}}{\sigma_0} \approx \left(1 + \frac{\sqrt{\pi l}}{\sqrt{2\pi x}}\right)$$



# Comment prédire si une fissure va se propager?

Considérons tout d'abord le cas d'un matériau idéalement élastique, fragilisé par une **fissure** pointue traversante.

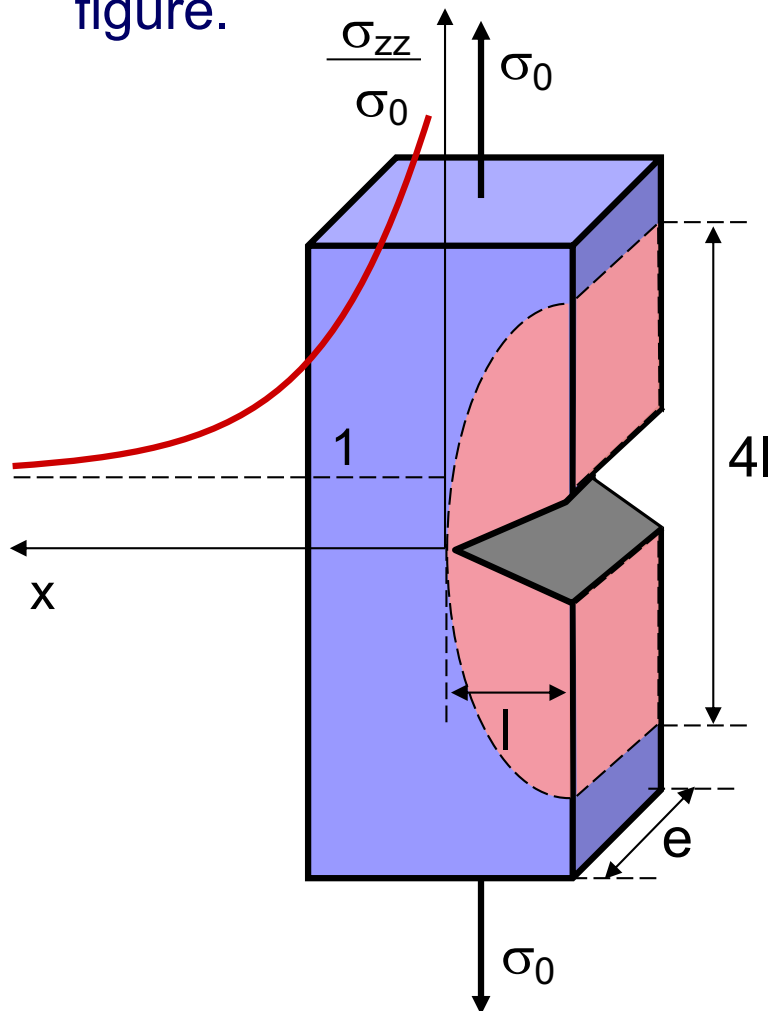
On doit trouver une **relation entre la contrainte appliquée  $\sigma_0$  et la longueur de fissure**, telle que:  
si la fissure dépasse une certaine longueur, pour une contrainte appliquée  $\sigma_0$ ,  
ou si la contrainte dépasse une certaine valeur, pour un  $l$  donné, on aura rupture catastrophique du matériau.



# Rupture et ténacité des matériaux

Considérons tout d'abord le cas d'un matériau idéalement élastique, mais fragilisé par une **fissure** traversante.

Le profil de contrainte  $\sigma_{zz}(x)$  en avant de la fissure est la courbe rouge sur la figure.



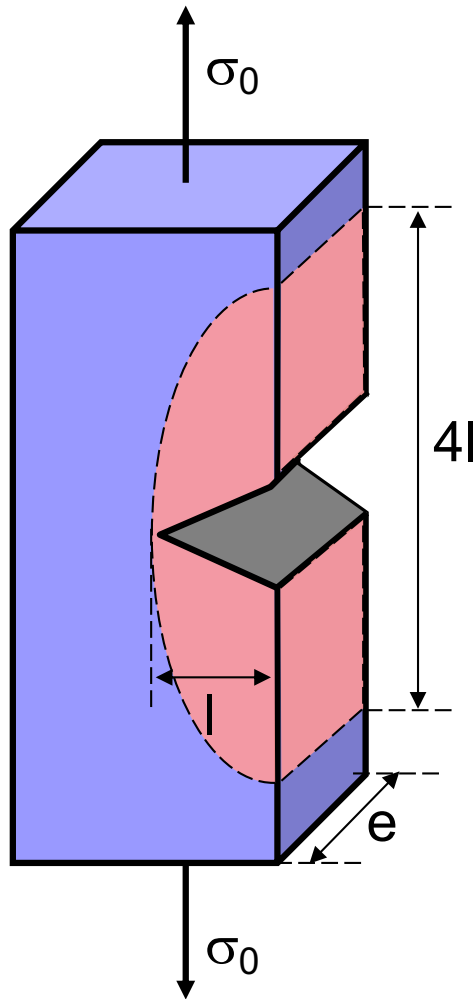
Quelle est l'énergie associée à l'avancement de la fissure d'un petit incrément  $dl$ ?  
Calculons les énergies en jeu, à cause du retour élastique dans la partie rose, et de l'énergie nécessaire à créer des surfaces.

Supposons un **relâchement des contraintes** dans une zone dont le volume est en rose, donc un gain d'énergie élastique:

$$W_E = -\frac{\sigma_0^2}{2E} \pi l^2 e$$

# Rupture et ténacité des matériaux

En libérant de l'énergie élastique, la fissure avancerait spontanément s'il n'y avait pas une autre contribution qui s'y oppose.



Or, pour faire avancer la fissure, il faut casser des liaisons interatomiques, c'est-à-dire **créer deux surfaces**. L'énergie de surface (solide-air) valant  $\gamma$ , l'énergie s'opposant à l'avance de la fissure vaut donc:

$$W_\gamma = 2 \gamma l e$$

L'énergie totale mise en jeu pour la création d'une fissure de longueur  $l$  vaut donc:

$$W(l) = W_E + W_\gamma = -\frac{\sigma_0^2}{2E} \pi l^2 e + 2 \gamma l e$$

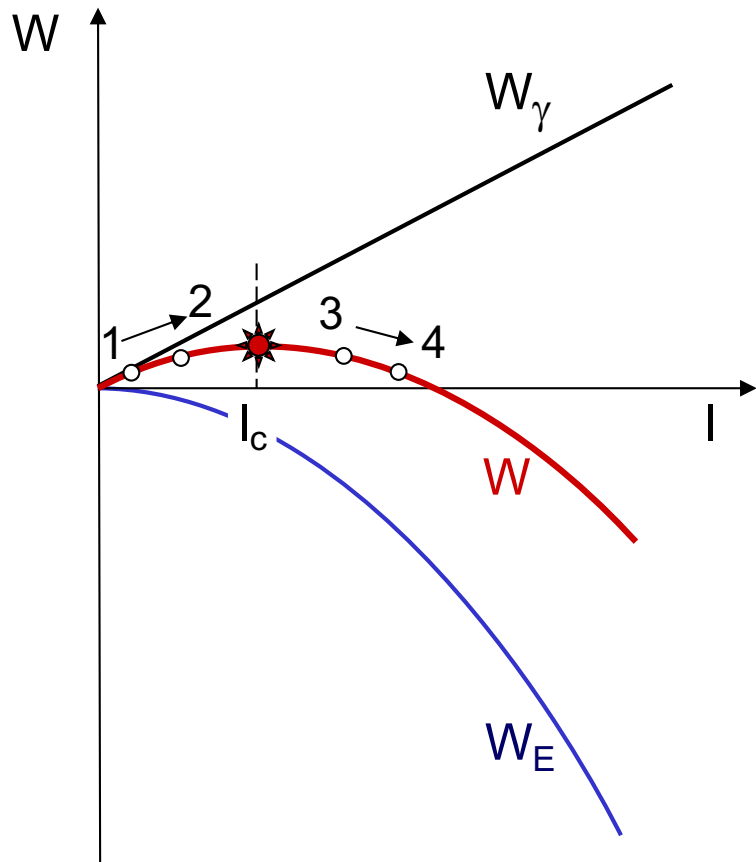
# Rupture et ténacité des matériaux

Pour savoir si la fissure va avancer, il faut comparer la différence d'énergie associée à une avance incrémentale  $\delta l$  de celle-ci.

$$\delta W = W(l+\delta l) - W(l) = -\frac{\sigma_0^2}{2E} \pi e [(l+\delta l)^2 - l^2] + 2\gamma e \delta l \cong \left[ -\frac{\sigma_0^2}{E} \pi l + 2\gamma \right] e \delta l$$

Pour une valeur imposée  $\sigma_0$ , on trouve ainsi une **longueur critique de fissure**:

$$l_c = \frac{2\gamma E}{\pi\sigma_0^2}$$



**Si  $l < l_c$**  (chemin 1  $\rightarrow$  2,  $\delta W > 0$ ):

Cela coûte de l'énergie de faire avancer la fissure et donc **celle-ci est stable**.

**Si  $l > l_c$**  (chemin 3  $\rightarrow$  4,  $\delta W < 0$ ):

Il y a un gain d'énergie à faire avancer **la fissure** et celle-ci **se propage spontanément**.

# Rupture et ténacité des matériaux

Inversement, pour une fissure de longueur  $l$ , on peut trouver une **contrainte critique**  $\sigma_c$  au-delà de laquelle une fissure de longueur  $l$  avance spontanément.

$$\sigma_c = \sqrt{\frac{2\gamma E}{\pi l}}$$

ou

$$K_1 = \sigma_c \sqrt{\pi l} = \sqrt{2\gamma E} = K_{1c}$$

Conditions imposées

Propriétés

La grandeur  $K_{1c} = (2\gamma E)^{0.5}$  [Pa m<sup>0.5</sup>] apparaît comme une **propriété du matériau, la ténacité**, moyenne géométrique de l'énergie de surface et du module d'élasticité. Elle a été trouvée en prenant un matériau **idéalement fragile**.

# Conséquence pratique

---

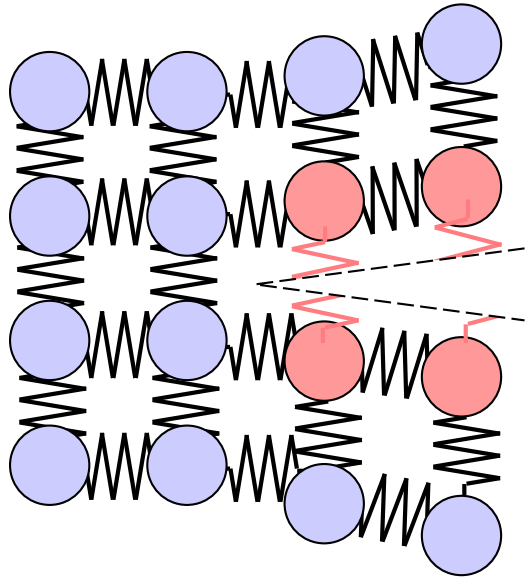
Si je connais  $K_{1C}$  pour un matériau donné (fragile), alors je peux calculer si le matériau va casser, pour une contrainte imposée  $\sigma$ .

- Si il n'y a pas de fissure dans le matériau, il va casser pour  $\sigma > \sigma_m$  qui est la contrainte à rupture du matériau non endommagé.
- Si il y a une fissure de longueur  $l$ , alors le matériau va casser pour  $\sigma > K_{1C} / \sqrt{(\pi l)}$

Exemple, la ténacité du verre est  $K_{1C} = 0.5 \text{ Mpa}\sqrt{\text{m}}$ , si on observe une fissure de  $10 \mu\text{m}$  de long, le verre casse pour une contrainte supérieure à  $0.5 / \sqrt{(3.14 * 10 * 10^{-6})} = 282 \text{ Mpa}$  (alors que la limite d'élasticité est plutôt de  $3.5 \text{ GPa}$ )

# Rupture et ténacité des matériaux

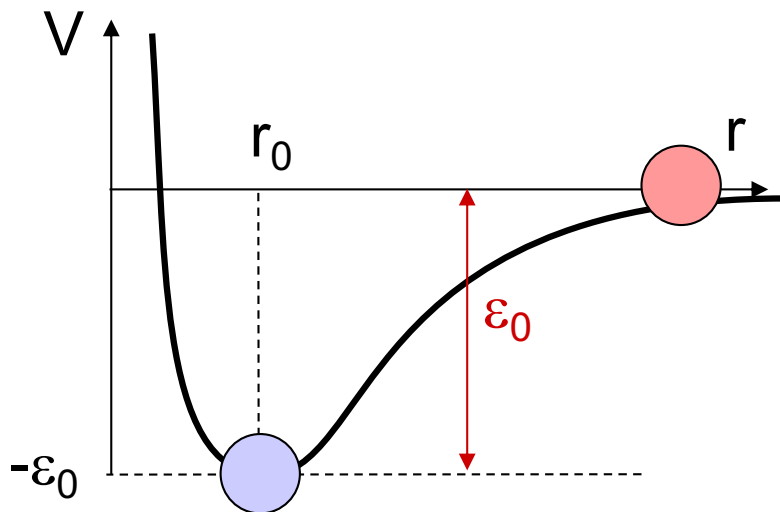
Mais qu'est ce que  $\gamma$  l'énergie de surface ?



C'est l'énergie, par unité de surface, nécessaire pour "couper" les ressorts, ou éloigner les atomes hors de l'attraction des voisins.

En prenant un potentiel de Lennard-Jones:

$$V = \epsilon_0 \left[ \left( \frac{r_0}{r} \right)^{12} - 2 \left( \frac{r_0}{r} \right)^6 \right]$$



On a:

$$\gamma = \frac{1}{2} \frac{\epsilon_0}{r_0^2}$$

$$\epsilon_0 \cong 1 \text{ eV} = 1.6 \times 10^{-19} \text{ J}$$

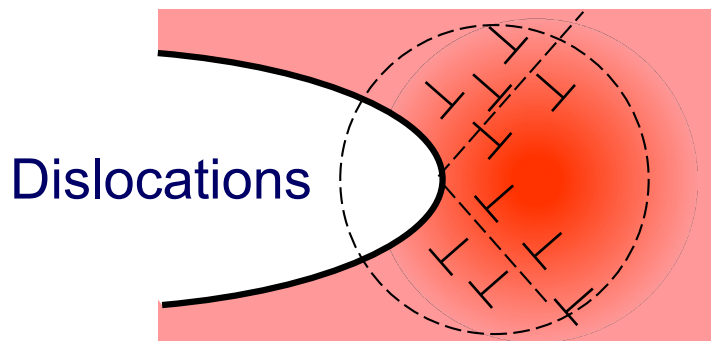
$$r_0 \cong 2 \text{ \AA} = 2 \times 10^{-10} \text{ m}$$

$$\gamma \cong 2 \text{ J/m}^2$$

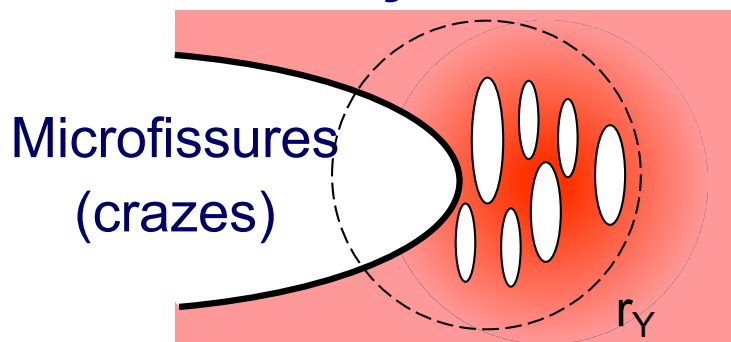
# Rupture et ténacité des matériaux ductiles

Pour un matériau présentant de la **plasticité**, il va y avoir toute une zone en pointe fissure qui plastifie et qui va avoir tendance à arrondir celle-ci.

## Métaux

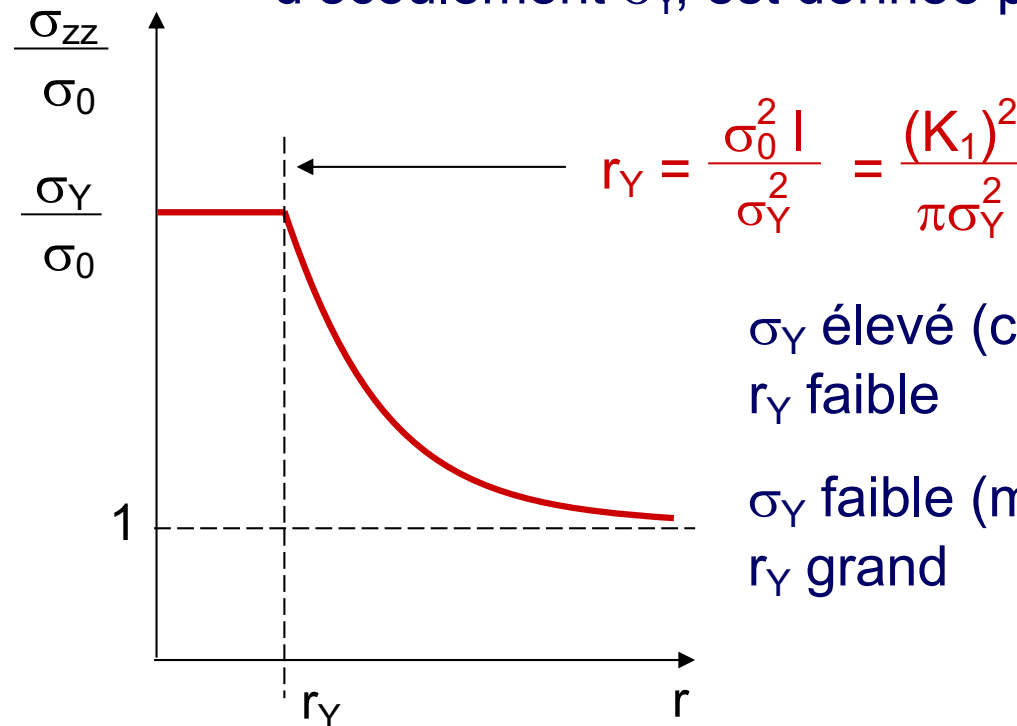


## Polymères



zone déformée  
plastiquement

Pour un comportement idéal élastique-plastique, la dimension  $r_Y$  de la zone en avant de la fissure qui est arrivée au seuil d'écoulement  $\sigma_Y$ , est donnée par:



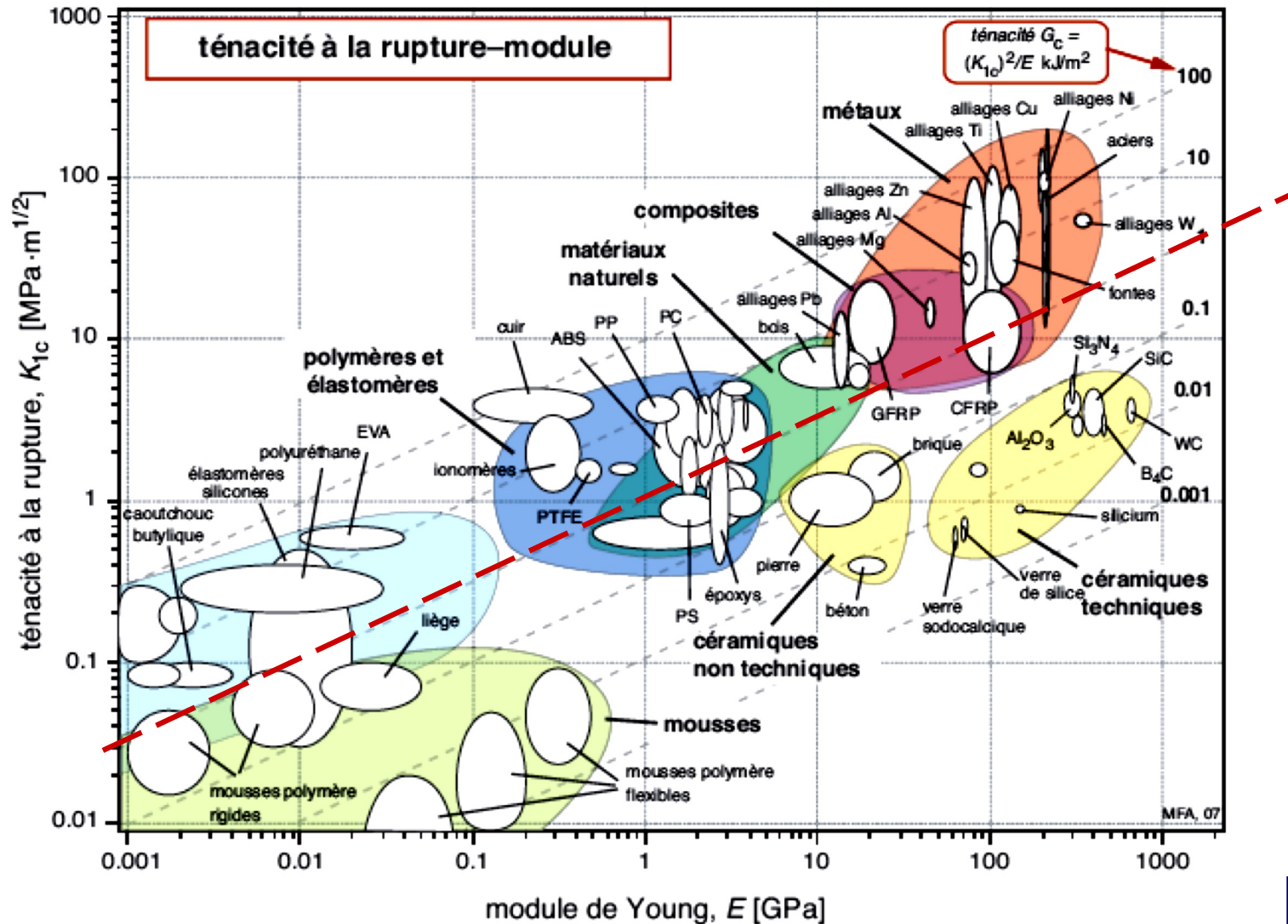
$\sigma_Y$  élevé (céramique):  
 $r_Y$  faible

$\sigma_Y$  faible (métaux mous):  
 $r_Y$  grand

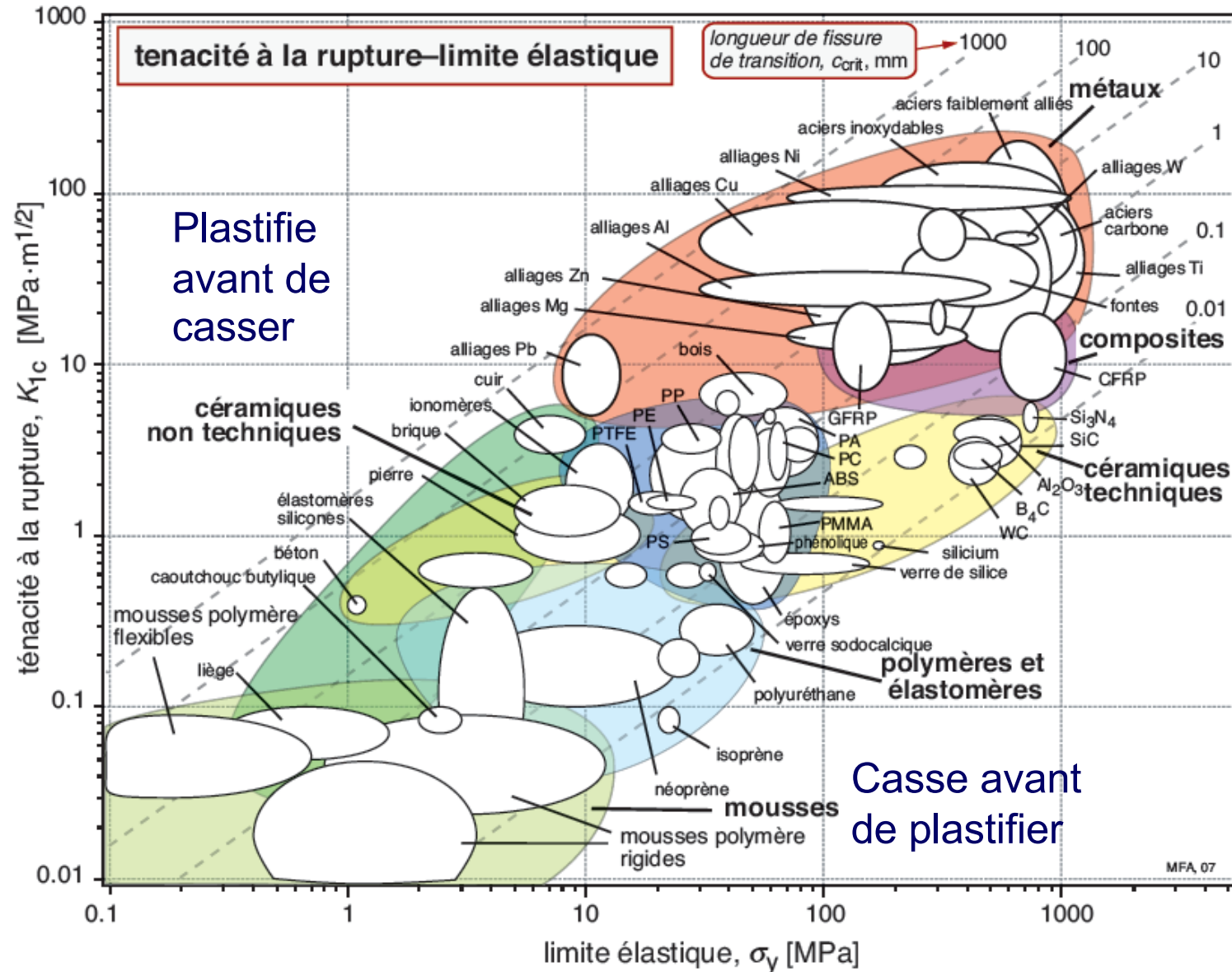


# Rupture et ténacité des matériaux

$G_C$  ou  $K_{1C}$  mesurent la résistance du matériau à la propagation d'une fissure, la **ténacité**. Ils ne sont pas directement corrélés à  $\sigma_m$ .



# Rupture et ténacité des matériaux



# Résumé pratique

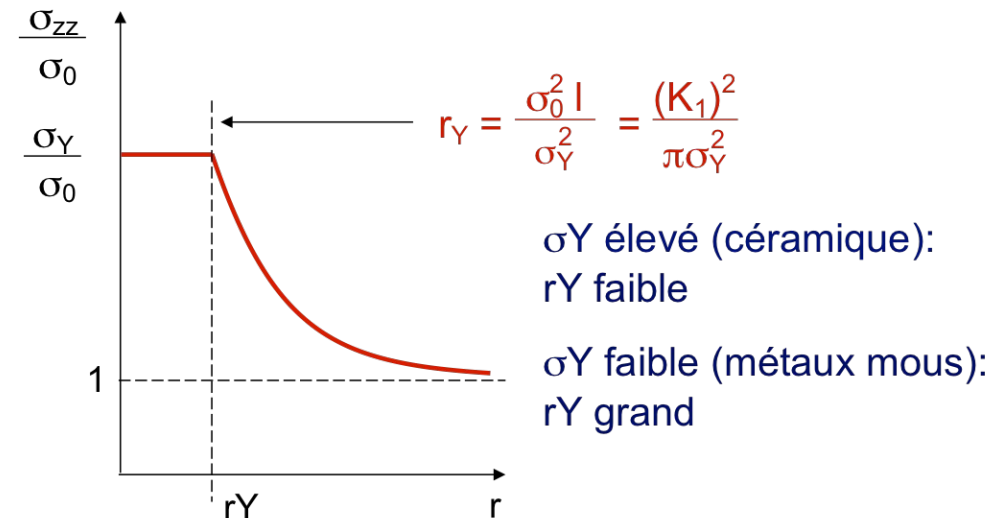
Une fissure de longueur  $l$  sous contrainte globale  $\sigma_c$  avance spontanément si:

$$K_1 = \sigma_c \sqrt{\pi l} \geq K_{1c}$$

$$K_{1c} = \sqrt{G_c E}$$

$G_c = 2\gamma + G_c^{pl} \gg 2\gamma$  si le matériau plastifie

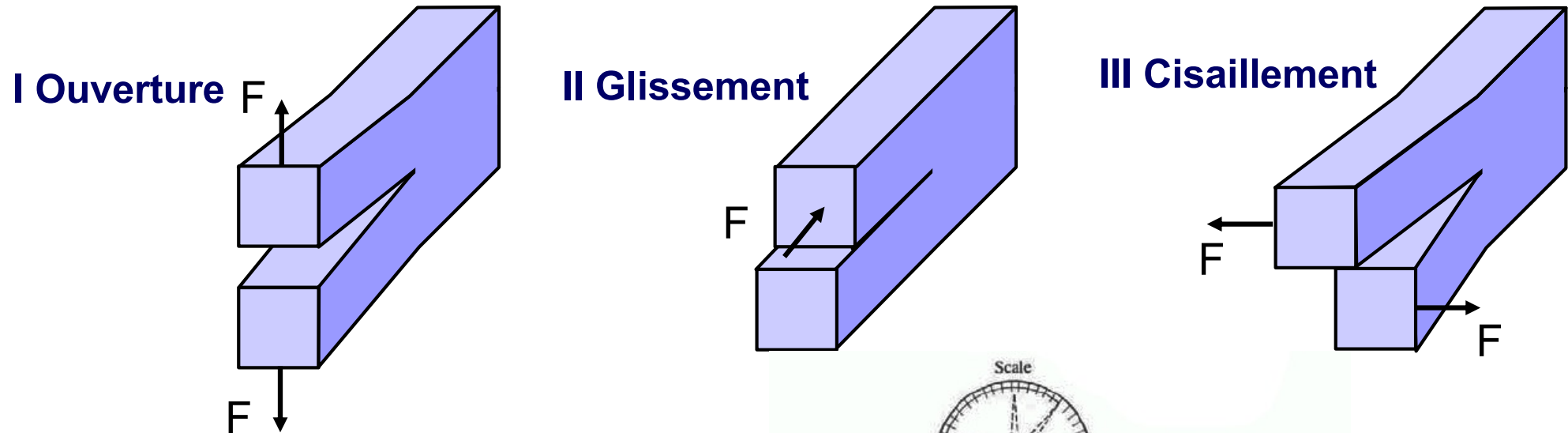
Si le matériau est ductile, l'énergie de déformation plastique,  $G_c^{pl}$  est plus grande que  $\gamma$ , énergie de surface, et la ténacité est donc plus grande. Si le matériau est fragile,  $G_c^{pl}$  est proche de zéro.



A cause de la ténacité, le matériau qui aura des fissures pourra se rompre à une charge plus faible que ce que l'on aurait sans fissures...

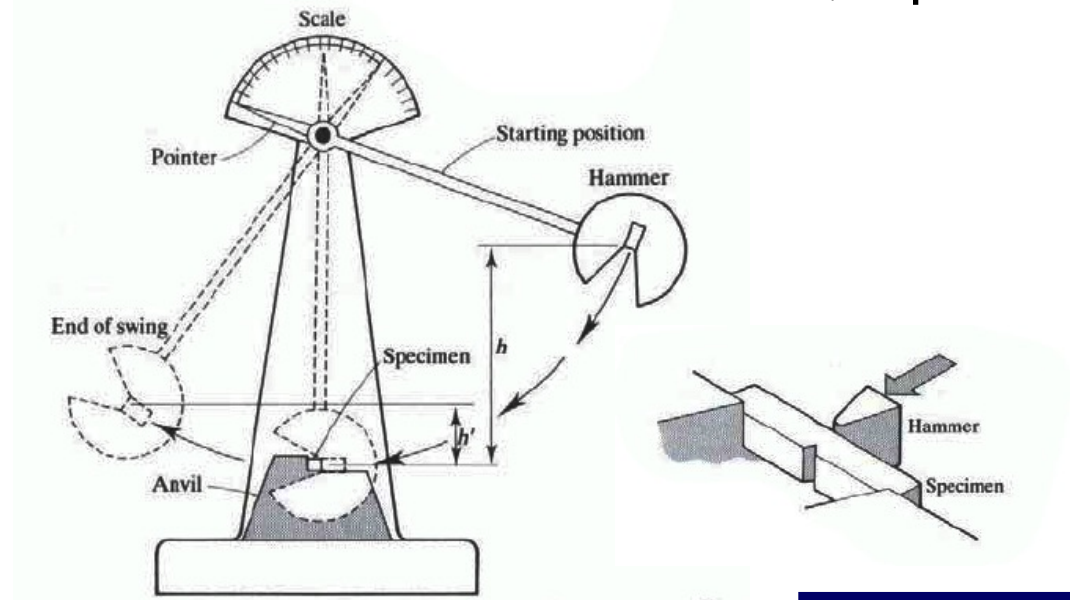
# Rupture et ténacité des matériaux (pour info)

Nous avons étudié le mode I de fracture. Pour info, il existe d'autres modes opératoires (II et III):



Un moyen de mesurer l'énergie mise en jeu lors de la fracture est un **test d'impact** (test de Charpy):

$$m_{\text{marteau}}g(h - h')$$



# Résumé

---

- La ténacité  $K_{1C}$  d'un matériau, ou sa résistance à la propagation d'une fissure, est la moyenne géométrique du module élastique et de l'énergie  $G_C$  nécessaire pour la faire avancer.
- Les matériaux fragiles sont caractérisés par  $G_C = 2\gamma$ , les matériaux ductiles par  $G_C = (2\gamma + G_C^{pl})$ .
- Le facteur d'intensité de contrainte  $K_1$  en avant d'une fissure de longueur  $l$  est défini comme  $(\sigma (\pi l)^{1/2})$ .
- Lorsque  $K_1 \geq K_{1C}$ , la fissure se propage spontanément.

# A retenir du cours d'aujourd'hui

---

- *Savoir trouver, pour un matériau donné dont on connaît la ténacité, quelle est la longueur critique d'une fissure pour une contrainte globale donnée, ou jusqu'à quelle contrainte de traction on peut charger un matériau qui est fissuré sans qu'il se casse catastrophiquement.*
- *Savoir que pour un matériau ductile, la propagation des fissures requiert aussi de consommer de l'énergie de déformation plastique, ce qui rend donc les matériaux ductiles plus tenaces que les matériaux fragiles.*